Nombre ____ Fecha_________

Capítulo 5 Mantener el dominio de las matemáticas

Halla las coordenadas del punto medio *M* del segmento con los extremos dados. Luego, halla la distancia entre los dos puntos.

1. $A(3, 1)$ y $B(5, 5)$

2. $F(0, -6)$ y $G(8, -4)$

3. $P(-2, -7)$ y $B(-4, 5)$

4. $S(10, -5)$ y $T(7, -9)$

Resuelve la ecuación.

5. $9x - 6 = 7x$

6. $2r + 6 = 5r - 9$

7. $20 - 3n = 2n + 30$

8. $8t - 5 = 6t - 4$

Nombre ____ Fecha ________

5.1 Ángulos de triángulos

Para usar con la Exploración 5.1

Pregunta esencial ¿Cómo se relacionan las medidas de los ángulos de un triángulo?

1 EXPLORACIÓN: Escribir una conjetura

Visita *BigIdeasMath.com* donde encontrarás una herramienta interactiva para investigar esta exploración.

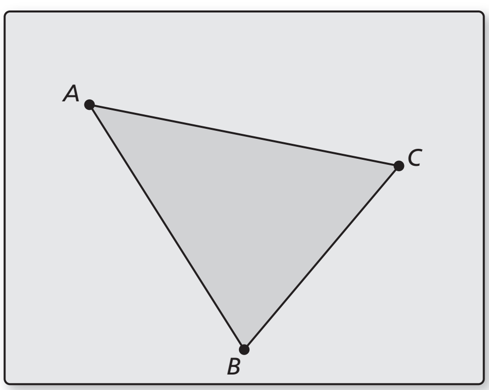
Trabaja con un compañero.

a. Usa el software de geometría dinámica para dibujar cualquier triángulo y rotularlo $\triangle ABC$.

b. Halla las medidas de los ángulos internos del triángulo.

c. Halla la suma de las medidas de los ángulos internos.

d. Repite las partes (a)–(c) con varios otros triángulos. Luego, haz una conjetura sobre la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo.



Muestra
Ángulos
$m\angle A = 43.67°$
$m\angle B = 81.87°$
$m\angle C = 54.46°$

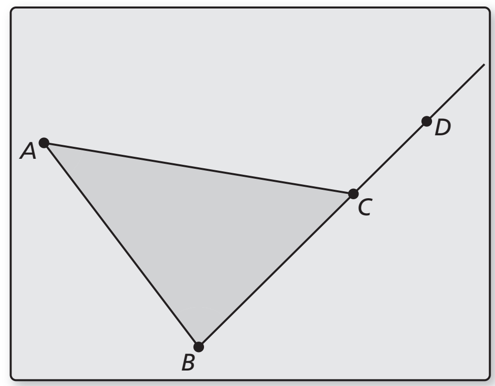
2 EXPLORACIÓN: Escribir una conjetura

Visita *BigIdeasMath.com* donde encontrarás una herramienta interactiva para investigar esta exploración.

Trabaja con un compañero.

a. Usa el software de geometría dinámica para dibujar cualquier triángulo y rotularlo $\triangle ABC$.

b. Dibuja un ángulo externo en cualquier vértice y halla su medida.



c. Halla las medidas de los dos ángulos internos no adyacentes del triángulo.

d. Halla la suma de las medidas de dos ángulos internos no adyacentes. Compara esta suma con la medida del ángulo externo.

Muestra
Ángulos
$m\angle A = 43.67°$
$m\angle B = 81.87°$
$m\angle ACD = 125.54°$

e. Repite las partes (a)–(d) con varios otros triángulos. Luego, haz una conjetura que compare la medida de un ángulo externo con la suma de las medidas de los dos ángulos internos no adyacentes.

Comunicar tu respuesta

3. ¿Cómo se relacionan las medidas de los ángulos de un triángulo?

4. Un ángulo exterior de un triángulo mide 32°. ¿Qué sabes sobre las medidas de los ángulos internos? Explica tu razonamiento.

Nombre ____ Fecha ________

5.1 Tomar notas con el vocabulario

Para usar después de la Lección 5.1

Con tus propias palabras, escribe el significado de cada término de vocabulario.

ángulos internos

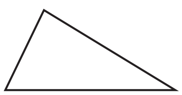
ángulos externos

corolario a un teorema

Conceptos Esenciales

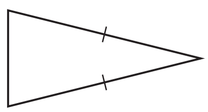
Clarificar triángulos según sus lados

Triángulo escaleno



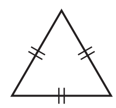
sin lados congruentes

Triángulo isósceles



al menos 2 lados congruentes

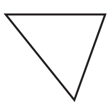
Triángulo equilátero



3 lados congruentes

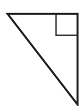
Clasificar triángulos según sus ángulos

Triángulo acutángulo



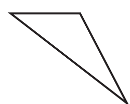
3 ángulos agudos

Triángulo rectángulo



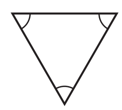
1 ángulo recto

Triángulo obtusángulo



1 ángulo obtuso

Triángulo equiángulo



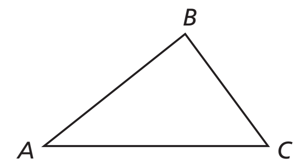
3 ángulos congruentes

Notas:

Teoremas

Teorema 5.1 Teorema de la suma del triángulo

La suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es 180°.

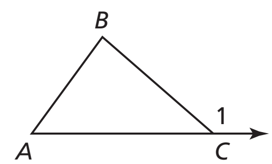


$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$

Notas:

Teorema 5.2 Teorema del ángulo externo

La medida de un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de las medidas de dos ángulos internos no adyacentes.

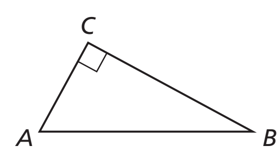


$m\angle 1 = m\angle A + m\angle B$

Notas:

Corolario 5.1 Corolario al Teorema de la suma del triángulo

Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo son complementarios.



$m\angle A + m\angle B = 90°$

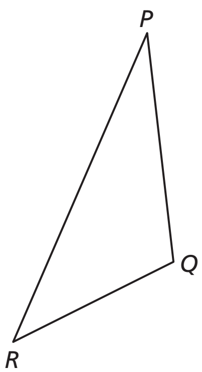
Notas:

Nombre ____ Fecha ________

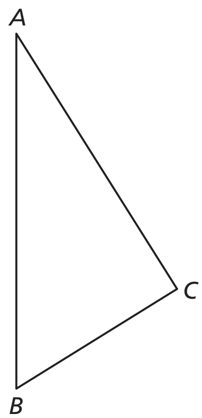
Práctica adicional

En los Ejercicios 1–3, clasifica el triángulo según sus lados y según la medida de sus ángulos.

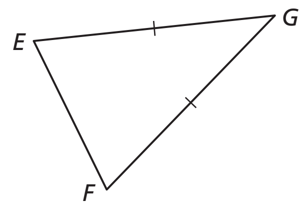
1.



2.



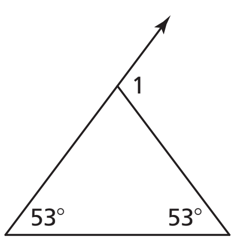
3.



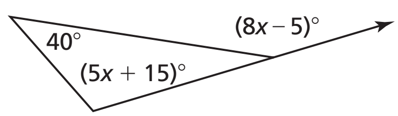
4. Clasifica $\triangle ABC$ según sus lados. Luego, determina si es un triángulo rectángulo $A(6, 6)$, $B(9, 3)$, $C(2, 2)$

En los ejercicios 5 y 6, halla la medida del ángulo externo.

5.



6.



7. En un triángulo rectángulo, la medida de un ángulo agudo es el doble de la suma de la medida del otro ángulo agudo y 30. Halla la medida de cada ángulo agudo en el triángulo rectángulo.

Nombre ____ Fecha_________

5.2 Polígonos congruentes

Para usar con la Exploración 5.2

Pregunta esencial Dados dos triángulos congruentes, ¿cómo puedes usar movimientos rígidos para relacionar un triángulo con otro triángulo?

1 EXPLORACIÓN: Describir movimientos rígidos

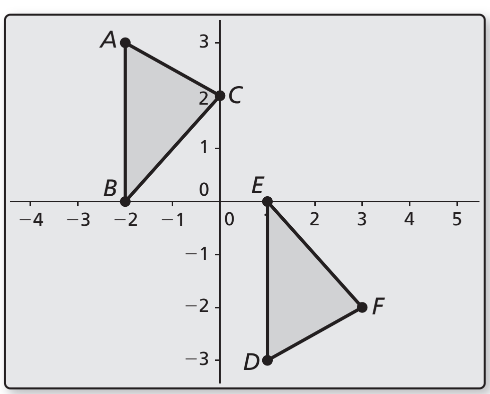
Trabaja con un compañero. De las cuatro transformaciones que estudiaste en el capítulo 4, ¿cuáles son movimientos rígidos? En un movimiento rígido, ¿por qué la imagen de un triángulo siempre es congruente con el triángulo original? Explica tu razonamiento.

2 EXPLORACIÓN: Hallar una composición de movimientos rígidos

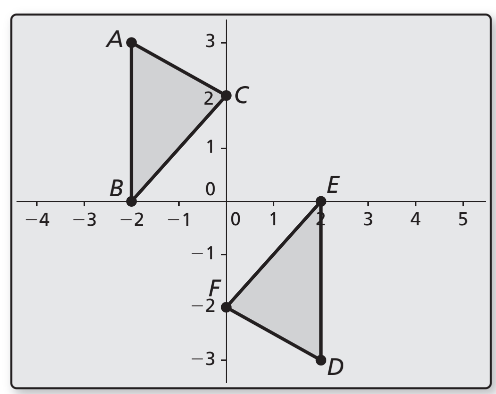
Visita *BigIdeasMath.com* donde encontrarás una herramienta interactiva para investigar esta exploración.

Trabaja con un compañero. Describe una composición de movimientos rígidos que relacione $\triangle ABC$ con $\triangle DEF$. Usa el software de geometría dinámica para verificar tu respuesta.

a. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

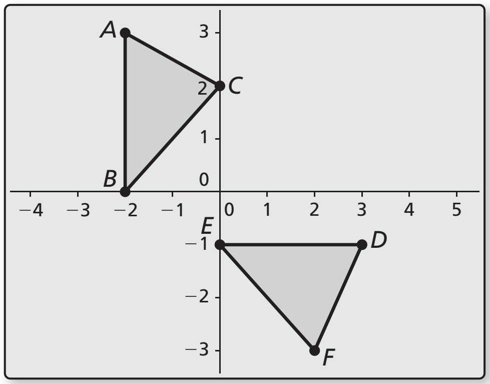


b. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

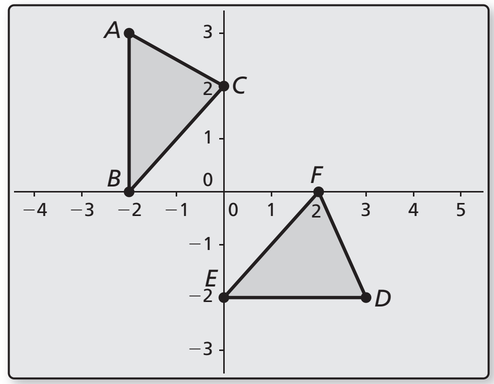


2 EXPLORACIÓN: Hallar una composición de movimientos rígidos (continuación)

c. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



d. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



Comunicar tu respuesta

3. Dados dos triángulos congruentes, ¿cómo puedes usar movimientos rígidos para relacionar un triángulo con otro triángulo?

4. Los vértices $\triangle ABC$ son $A(1, 1)$, $B(3, 2)$, y $C(4, 4)$. Los vértices de $\triangle DEF$ son $D(2, -1)$, $E(0, 0)$, y $F(-1, 2)$. Describe una composición de movimientos rígidos que relacione $\triangle ABC$ con $\triangle DEF$.

Nombre ____ Fecha_________

5.2 Tomar notas con el vocabulario

Para usar después de la Lección 5.2

Con tus propias palabras, escribe el significado de cada término de vocabulario.

partes correspondientes

Teoremas

Teorema 5.3 Propiedades de la congruencia de triángulos

La congruencia de triángulos es reflexiva, simétrica, y transitiva.

Reflexiva Para cualquier triángulo $\triangle ABC, \triangle ABC \cong \triangle ABC$.

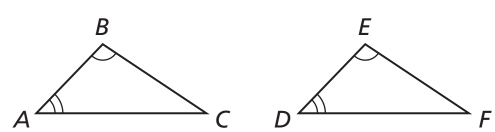
Simétrica Si $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, entonces $\triangle DEF \cong \triangle ABC$.

Transitiva Si $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ y $\triangle DEF \cong \triangle JKL$, entonces $\triangle ABC \cong \triangle JKL$.

Notas:

Teorema 5.4 Teorema de los terceros ángulos

Si dos ángulos de un triángulo son congruentes con los dos ángulos de otro triángulo, entonces los terceros ángulos también serán congruentes.



Si $\angle A \cong \angle D$ y $\angle B \cong \angle E$, entonces $\angle C \cong \angle F$.

Notas:

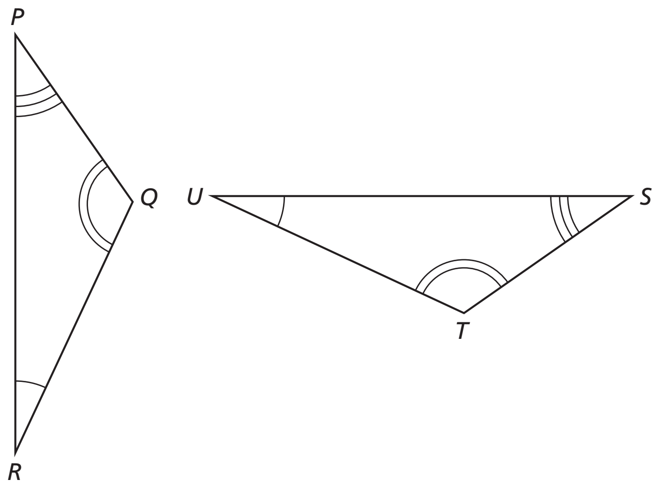
Nombre ______________________________ Fecha ________

5.2 **Tomar notas con el vocabulario** (continuación)

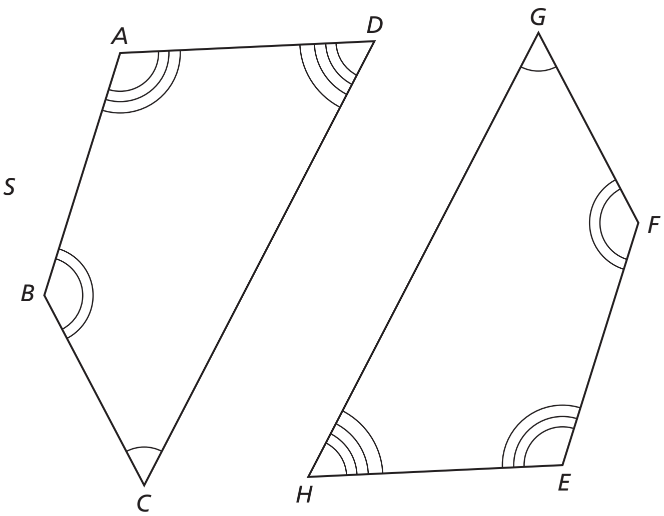
Práctica adicional

En los ejercicios 1 y 2, identifica todos los pares de partes correspondientes congruentes. Luego, escribe otro enunciado de congruencia para los polígonos.

1. $\triangle PQR \cong \triangle STU$

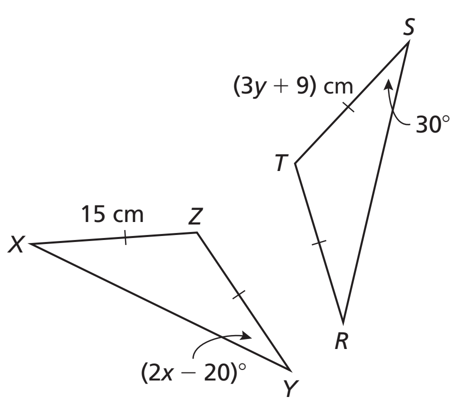


2. $ABCD \cong EFGH$

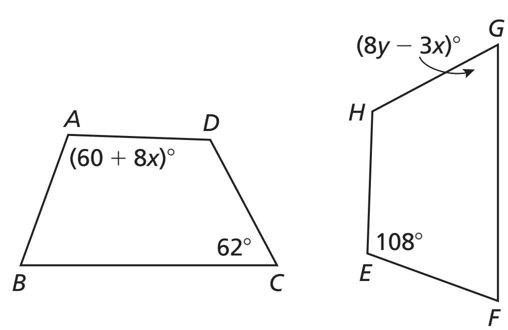


En los ejercicios 3 y 4, halla los valores de *x* y *y*.

3. $\triangle XYZ \cong \triangle RST$



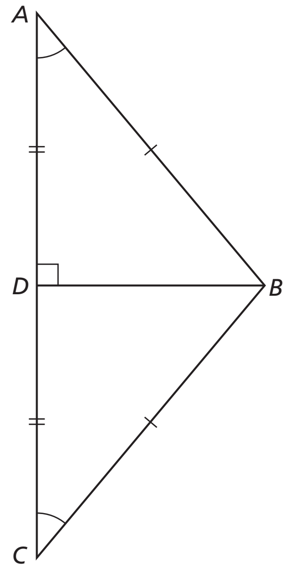
4. $ABCD \cong EFGH$



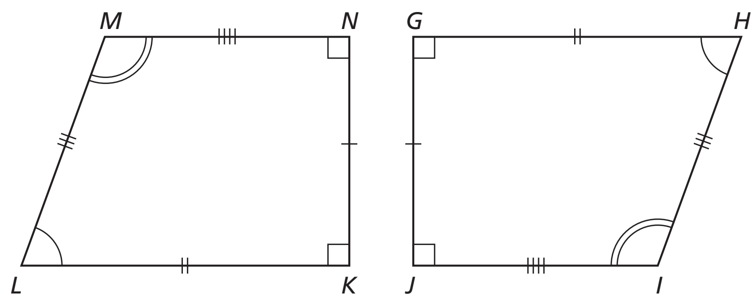
5.2 Tomar notas con el vocabulario (continuación)

En los ejercicios 5 y 6, demuestra que los polígonos son congruentes. Explica tu razonamiento.

5.

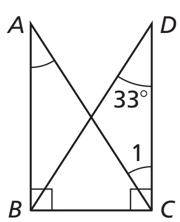


6.

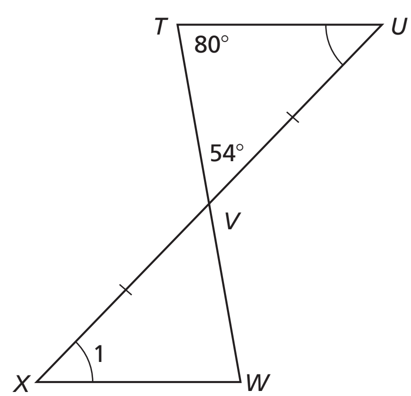


En los ejercicios 7 y 8, halla $m\angle 1$.

7.



8.



Nombre ____ Fecha ________

5.3 Demostrar congruencia de triángulos con LAL

Para usar con la Exploración 5.3

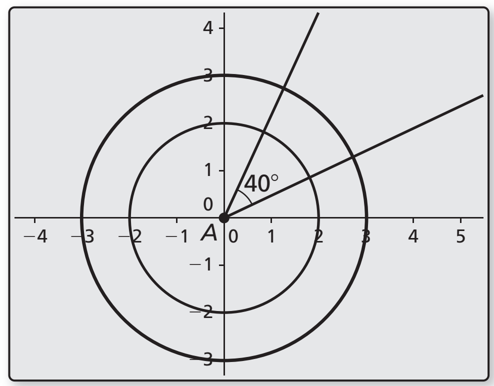
Pregunta esencial ¿Qué conclusión puedes sacar sobre dos triángulos cuando sabes que dos pares de lados correspondientes y los ángulos correspondientes incluidos son congruentes?

1 EXPLORACIÓN: Dibujar triángulos

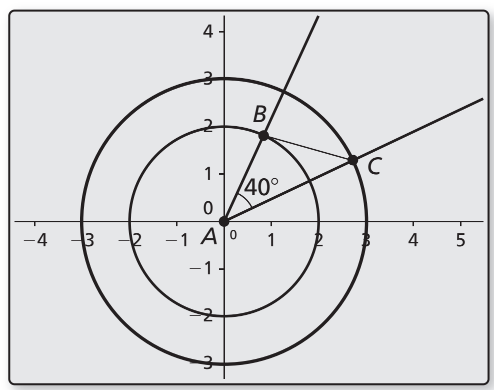
Visita *BigIdeasMath.com* donde encontrarás una herramienta interactiva para investigar esta exploración.

Trabaja con un compañero. Usa el software de geometría dinámica.

a. Construye círculos con radios de 2 y 3 unidades centrados en el origen. Construye un ángulo de 40° con su vértice en el origen. Rotula el vértice como *A*.



b. Localiza el punto donde un rayo del ángulo interseque el círculo más pequeño y rotula este punto como *B*. Ubica el punto donde el otro rayo del ángulo interseca el círculo más grande y rotula este punto como *C*. Luego, traza $\triangle ABC$.



c. Halla BC, $m\angle B$, y $m\angle C$.

d. Repite las partes (a)–(c) varias veces, vuelve a trazar el ángulo en diferentes posiciones. Completa la tabla de la próxima página para llevar un registro de tus resultados. Escribe una conjetura sobre tus hallazgos.

Nombre ____ Fecha_________

1 EXPLORACIÓN: Dibujar triángulos (continuación)

	A	*B*	*C*	*AB*	*AC*	*BC*	$m\angle A$	$m\angle B$	$m\angle C$
1.	(0, 0)			2	3		40°		
2.	(0, 0)			2	3		40°		
3.	(0, 0)			2	3		40°		
4.	(0, 0)			2	3		40°		
5.	(0, 0)			2	3		40°		

Comunicar tu respuesta

2. ¿Qué conclusión puedes sacar sobre dos triángulos cuando sabes que dos pares de lados correspondientes y los ángulos correspondientes incluidos son congruentes?

3. ¿Cómo demostrarías tu conjetura en la Exploración 1(d)?

Nombre ____ Fecha ________

5.3 Tomar notas con el vocabulario
Para usar después de la Lección 5.3

Con tus propias palabras, escribe el significado de cada término de vocabulario.

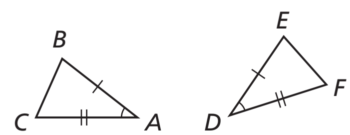
figuras congruentes

movimiento rígido

Teoremas

Teorema 5.5 Teorema de congruencia lado-ángulo-lado (LAL)

Si dos lados y el ángulo incluido de un triángulo son congruentes a dos lados y el ángulo incluido de un segundo triángulo, entonces los dos triángulos son congruentes.



Si $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\angle A \cong \angle D$, y $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, entonces $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

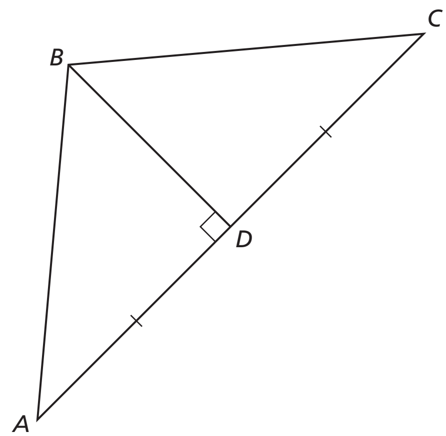
Notas:

Nombre ____ Fecha_________

5.3 Tomar notas con el vocabulario (continuación)

Práctica adicional

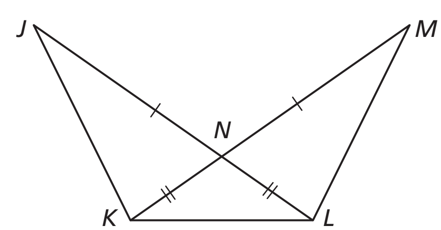
En los Ejercicios 1 y 2, escribe una prueba.



1. **Dada** $\overline{BD} \perp \overline{AC}$, $\overline{AD} \cong \overline{CD}$

Demostrar $\triangle ABD \cong \triangle CBD$

ENUNCIADOS	RAZONES



2. **Dada** $\overline{JN} \cong \overline{MN}$, $\overline{NK} \cong \overline{NL}$

Demostrar $\triangle JNK \cong \triangle MNL$

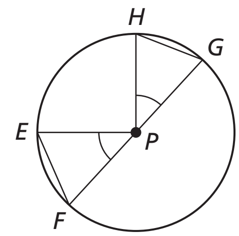
ENUNCIADOS	RAZONES

Nombre ____ Fecha ________

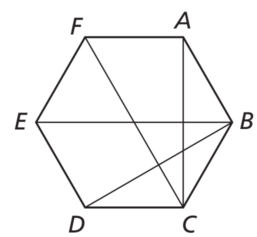
Tomar notas con el vocabulario (continuación)

En los ejercicios 3 y 4, utiliza la información dada para nombrar dos triángulos que sean congruentes. Explica tu razonamiento.

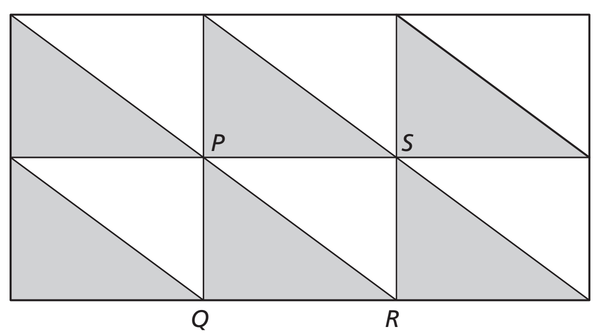
3. $\angle EPF \cong \angle GPH$, y P es el centro del círculo.



4. *ABCDEF* es un hexágono regular.



5. Una colcha está hecha de triángulos. Sabes que $\overline{PS} \parallel \overline{QR}$, $\overline{PS} \cong \overline{QR}$. Usa el Teorema de congruencia de LAL (Teorema 5.5) para demostrar que $\triangle PQR \cong \triangle RSP$.



Nombre ____ Fecha_________

5.4 Triángulos isósceles y equiláteros

Para usar con la Exploración 5.4

Pregunta esencial ¿Qué conjeturas puedes hacer sobre las longitudes laterales y las medidas de los ángulos de un triángulo isósceles?

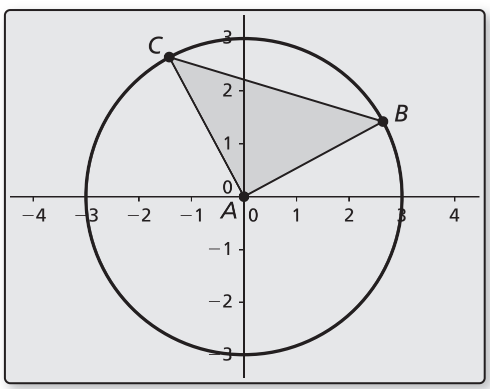
1 EXPLORACIÓN: Escribir una conjetura sobre los triángulos isósceles

Visita *BigIdeasMath.com* donde encontrarás una herramienta interactiva para investigar esta exploración.

Trabaja con un compañero. Usa el software de geometría dinámica.

a. Construye un círculo con un radio de 3 unidades centrado en el origen.

b. Construye $\triangle ABC$ de manera que B y C estén en el círculo y A esté en el origen.



Muestra
Puntos
$A(0, 0)$
$B(2.64, 1.42)$
$C(-1.42, 2.64)$
Segmentos
$AB = 3$
$AC = 3$
$BC = 4.24$
Ángulos
$m\angle A = 90°$
$m\angle B = 45°$
$m\angle C = 45°$

c. Recuerda que un triángulo es *isósceles* si tiene al menos dos lados congruentes. Explica por qué $\triangle ABC$ es un triángulo isósceles.

d. ¿Qué observas sobre los ángulos del $\triangle ABC$?

e. Repite las partes (a)–(d) con varios otros triángulos isósceles utilizando círculos de diferentes radios. Completa la tabla en la página siguiente para llevar un registro de tus observaciones. Luego, escribe una conjetura sobre las medidas de los ángulos de un triángulo isósceles.

Nombre ____ Fecha ________

1 EXPLORACIÓN: Escribir una conjetura sobre los triángulos isósceles (continued)

		A	B	C	AB	AC	BC	$m\angle A$	$m\angle B$	$m\angle C$
Muestra	**1.**	(0, 0)	(2.64, 1.42)	(–1.42, 2.64)	3	3	4.24	90°	45°	45°
	2.	(0, 0)								
	3.	(0, 0)								
	4.	(0, 0)								
	5.	(0, 0)								

f. Escribe el recíproco de la conjetura que escribiste en la parte (e). ¿Es verdadero el recíproco?

Comunicar tu respuesta

2. ¿Qué conjeturas puedes hacer sobre las longitudes laterales y las medidas de los ángulos de un triángulo isósceles?

3. ¿Cómo demostrarías tu conclusión en la Exploración 1(e)? ¿En la Exploración 1(f)?

Nombre ______________________________ Fecha_________

5.4 Tomar notas con el vocabulario

Para usar después de la Lección 5.4

Con tus propias palabras, escribe el significado de cada término de vocabulario.

catetos

ángulo del vértice

básicos

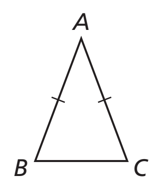
ángulos base

Teoremas

Teorema 5.6 Teorema de los ángulos básicos

Si dos lados de un triángulo son congruentes, entonces los ángulos opuestos a ellos son congruentes.

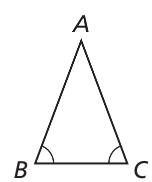
Si $\overline{AB} \cong \overline{AC}$, entonces $\angle B \cong \angle C$.



Teorema 5.7 Recíproco del Teorema de los ángulos básicos

Si dos lados de un triángulo son congruentes, entonces los ángulos opuestos a ellos son congruentes.

Si $\angle B \cong \angle C$, entonces $\overline{AB} \cong \overline{AC}$.



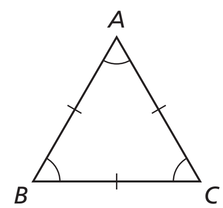
Notas:

Nombre ____ Fecha ________

Corolarios

Corolario 5.2 Corolario al Teorema de los ángulos básicos

Si un triángulo es equilátero, entonces es equiángulo.



Corolario 5.3 Corolario al recíproco del Teorema de los ángulos básicos

Si un triángulo es equiángulo, entonces es equilátero.

Notas:

Práctica adicional

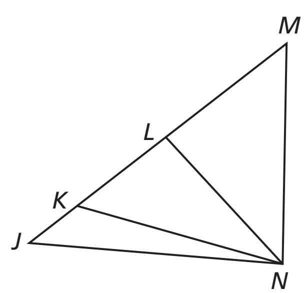
En los ejercicios 1–4, completa el enunciado. Indica cuál teorema utilizaste.

1. Si $\overline{NJ} \cong \overline{NM}$, entonces $\angle$_______ $\cong$ $\angle$_______.

2. Si $\overline{LM} \cong \overline{LN}$, entonces $\angle$_______ $\cong$ $\angle$_______.

3. Si $\angle NKM \cong \angle NMK$, entonces _______ $\cong$ _______.

4. Si $\angle LJN \cong \angle LNJ$, entonces _______ $\cong$ _______.

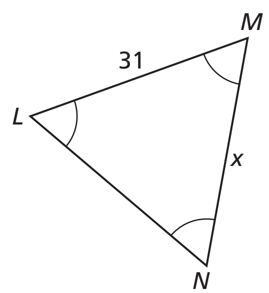


Nombre ____ Fecha__________

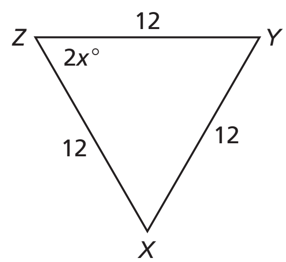
5.4 Tomar notas con el vocabulario (continuación)

En los ejercicios 5 y 6, halla el valor de *x*.

5.

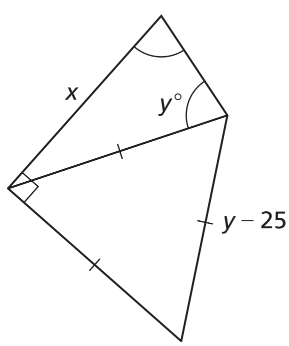


6.

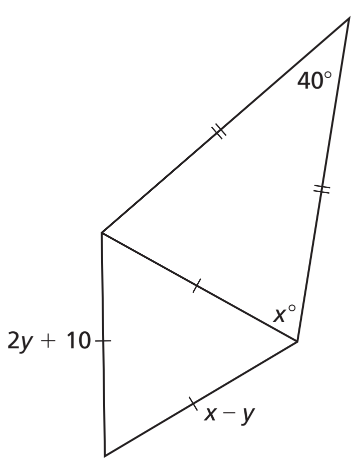


En los ejercicios 7 y 8, halla los valores de *x* y *y*.

7.



8.



Nombre ____ Fecha ________

5.5 Demostrar congruencia de triángulos con LLL

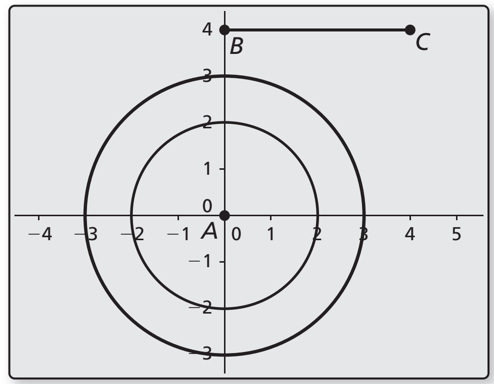
Para usar con la Exploración 5.5

Pregunta esencial ¿Qué conclusión puedes sacar sobre dos triángulos cuando sabes que los lados correspondientes son congruentes?

1 EXPLORACIÓN: Dibujar triángulos

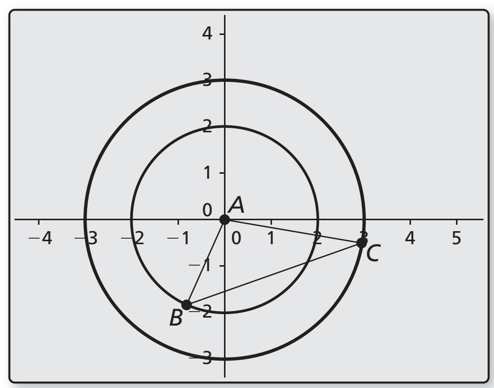
Visita *BigIdeasMath.com* donde encontrarás una herramienta interactiva para investigar esta exploración.

Trabaja con un compañero: Usa el software de geometría dinámica.



a. Construye círculos con radio de 2 y 3 unidades centrados en el origen. Rotula el origen como A. Luego, traza $\overline{BC}$ de 4 unidades de longitud.

b. Mueve $\overline{BC}$ de manera que B esté en el círculo más pequeño y C en el círculo más grande. Luego, traza $\triangle ABC$.



c. Explica por qué las longitudes de los lados de $\triangle ABC$ son 2, 3, y 4 unidades.

d. Halla $m\angle A, m\angle B,$ y $m\angle C.$

e. Repite las partes (b) y (d) varias veces, moviendo $\overline{BC}$ a diferentes posiciones. Completa la tabla en la página siguiente para llevar un registro de tus resultados. Escribe una conjetura sobre tus resultados.

5.5 Demostrar congruencia de triángulos con LLL (continuación)

1 EXPLORACIÓN: Dibujar triángulos (continuación)

	A	*B*	*C*	*AB*	*AC*	*BC*	$m\angle A$	$m\angle B$	$m\angle C$
1.	(0, 0)			2	3	4			
2.	(0, 0)			2	3	4			
3.	(0, 0)			2	3	4			
4.	(0, 0)			2	3	4			
5.	(0, 0)			2	3	4			

Comunicar tu respuesta

2. ¿Qué conclusión puedes sacar sobre dos triángulos cuando sabes que los lados correspondientes son congruentes?

3. ¿Cómo demostrarías tu conjetura en la Exploración 1(e)?

Nombre ____ Fecha ________

5.5 Tomar notas con el vocabulario

Para usar después de la Lección 5.5

Con tus propias palabras, escribe el significado de cada término de vocabulario.

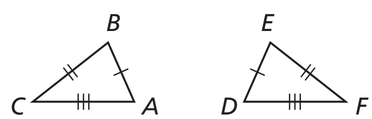
catetos

hipotenusa

Teoremas

Teorema 5.8 Teorema de congruencia lado-lado-lado (LLL)

Si tres lados de un triángulo son congruentes con los tres lados de un segundo triángulo, entonces los dos triángulos son congruentes.

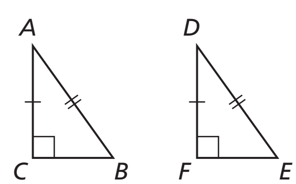


Si $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, y $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, entonces $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

Notas:

Teorema 5.9 Teorema de congruencia hipotenusa-cateto (HC)

Si la hipotenusa y un cateto de un triángulo rectángulo son congruentes con la hipotenusa y un cateto de un segundo triángulo rectángulo, entonces los dos triángulos son congruentes.



Si $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, y $m\angle C = m\angle F = 90°$, entonces $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

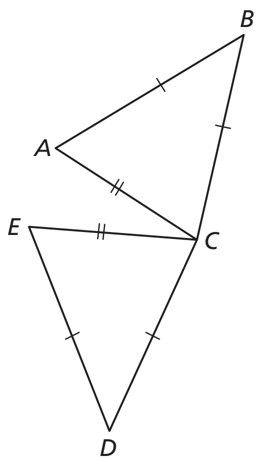
Notas:

Nombre ____ Fecha_________

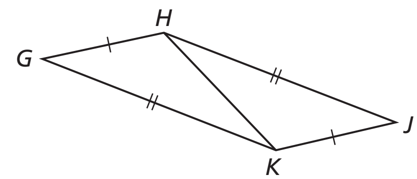
Práctica adicional

En los ejercicios 1–4, decide si el enunciado de congruencia es verdadero. Explica tu razonamiento.

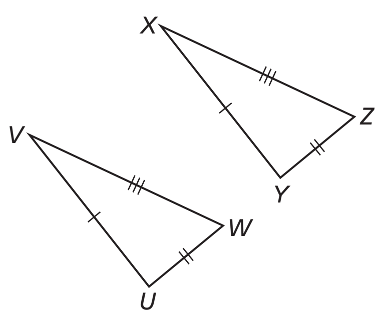
1. $\triangle ABC \cong \triangle EDC$



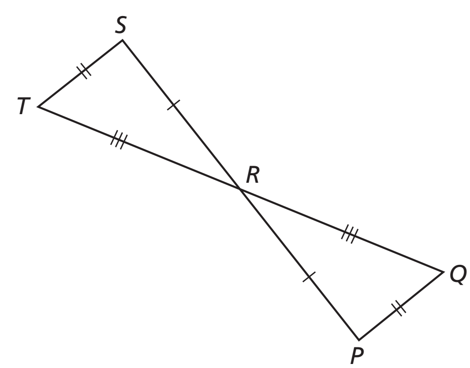
2. $\triangle KGH \cong \triangle HJK$



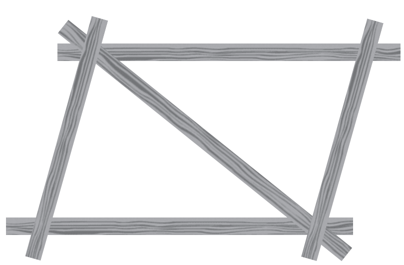
3. $\triangle UVW \cong \triangle XYZ$



4. $\triangle RST \cong \triangle RPQ$

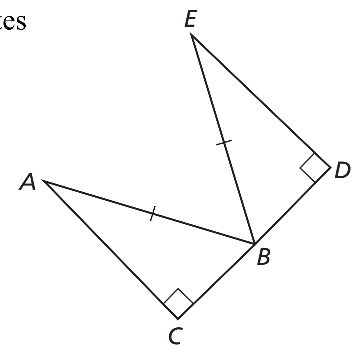


5. Determina si la figura es estable. Explica tu razonamiento.



5.5 Tomar notas con el vocabulario (continuación)

6. Redibuja los triángulos de manera que estén lado a lado con las partes correspondientes en la misma posición. Luego, escribe una prueba.

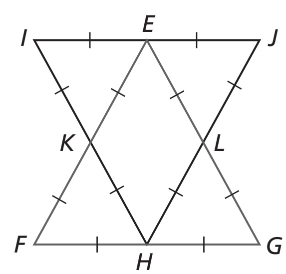


Dado B es el punto medio de $\overline{CD}$, $\overline{AB} \cong \overline{EB}$, $\angle C$ y $\angle D$ son ángulos rectos.

Demostrar $\triangle ABC \cong \triangle EBD$

ENUNCIADOS	RAZONES

7. Escribe una prueba.



Dado $\overline{IE} \cong \overline{EJ} \cong \overline{JL} \cong \overline{LH} \cong \overline{HK} \cong \overline{KI} \cong \overline{EK} \cong \overline{KF} \cong \overline{FH} \cong \overline{HG} \cong \overline{GL} \cong \overline{LE}$

Demostrar $\triangle EFG \cong \triangle HIJ$

ENUNCIADOS	RAZONES

Nombre ____ Fecha_________

5.6 Demostrar congruencia de triángulos con ALA y AAL

Para usar con la Exploración 5.6

Pregunta esencial ¿Qué información es suficiente para determinar si dos triángulos son congruentes?

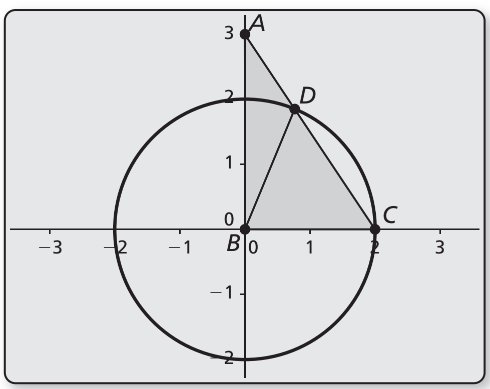
1 EXPLORACIÓN: Determinar si LLA es suficiente

Visita *BigIdeasMath.com* donde encontrarás una herramienta interactiva para investigar esta exploración.

Trabaja con un compañero.

a. Usa el software de geometría dinámica para construir $\triangle ABC$. Construye el triángulo de manera que el vértice B esté en el origen, $\overline{AB}$ tenga una longitud de 3 unidades, y $\overline{BC}$ una longitud de 2 unidades.

b. Construye un círculo con un radio de 2 unidades centrado en el origen. Localiza el punto D donde el círculo interseque a $\overline{AC}$. Traza $\overline{BD}$.



Muestra

Puntos
$A(0, 3)$
$B(0, 0)$
$C(2, 0)$
$D(0.77, 1.85)$
Segmentos
$AB = 3$
$AC = 3.61$
$BC = 2$
$AD = 1.38$
Ángulo
$m\angle A = 33.69°$

c. $\triangle ABC$ y $\triangle ABD$ tienen dos lados congruentes y un ángulo congruente no incluido. Nómbralos.

d. ¿Es $\triangle ABC \cong \triangle ABD$? Explica tu razonamiento.

e. ¿Es LLA suficiente para determinar si dos triángulos son congruentes? Explica tu razonamiento.

5.6 Demostrar congruencia de triángulos con ALA y AAL (continuación)

2 EXPLORACIÓN: Determinar la validez de teoremas de congruencia

Visita *BigIdeasMath.com* donde encontrarás una herramienta interactiva para investigar esta exploración.

Trabaja con un compañero. Usa el software de geometría dinámica para determinar cuál de los siguientes teoremas de congruencia de triángulos son válidos. Para los que no sean válidos, escribe un contraejemplo. Explica tu razonamiento.

Posible teorema de congruencia	¿Válido o no?
LLL	
LLA	
LAL	
AAL	
ALA	
AAA	

Comunicar tu respuesta

3. ¿Qué información es suficiente para determinar si dos triángulos son congruentes?

4. ¿Es posible demostrar que dos triángulos son congruentes utilizando más de un teorema de congruencia? Si es así, da un ejemplo.

Nombre ____ Fecha__________

5.6 Tomar notas con el vocabulario

Para usar después de la Lección 5.6

Con tus propias palabras, escribe el significado de cada término de vocabulario.

figuras congruentes

movimiento rígido

Teoremas

Teorema 5.10 Teorema de congruencia ángulo-lado-ángulo (ALA)

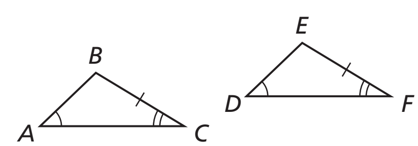
Si dos ángulos y el lado incluido de un triángulo son congruentes con dos ángulos y el lado incluido de un segundo triángulo, entonces los dos triángulos son congruentes.

Si $\angle A \cong \angle D, \overline{AC} \cong \overline{DF}$, y $\angle C \cong \angle F$, entonces $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

Notas:

Teorema 5.11 Teorema de congruencia ángulo-ángulo-lado (AAL)

Si dos ángulos y un lado no incluido de un triángulo son congruentes con dos ángulos y el lado correspondiente no incluido de un segundo triángulo, entonces los dos triángulos son congruentes.



Si $\angle A \cong \angle D, \angle C \cong \angle F$, y $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, entonces $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

Notas:

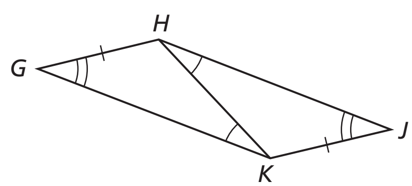
Nombre ____ Fecha ________

5.6 Tomar notas con el vocabulario (continuación)

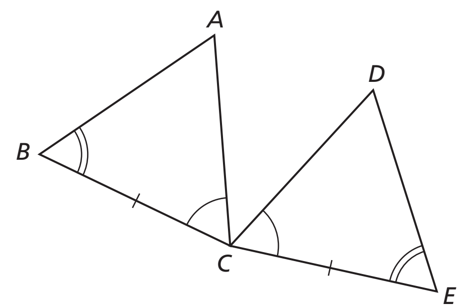
Práctica adicional

En los ejercicios 1–4, determina si se proporciona suficiente información para demostrar que los triángulos son congruentes. Si es así, indica cuál teorema utilizarías.

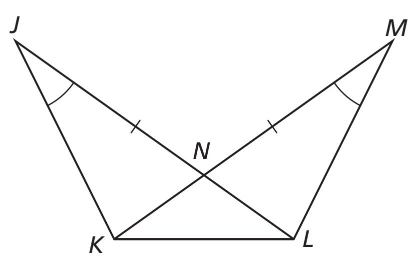
1. $\triangle GHK, \triangle JKH$



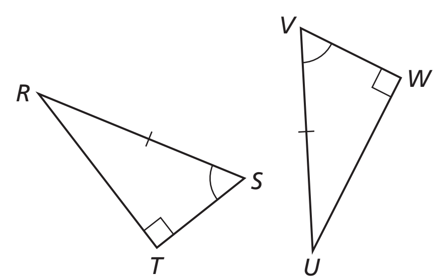
2. $\triangle ABC, \triangle DEC$



3. $\triangle JKL, \triangle MLK$



4. $\triangle RST, \triangle UVW$



En los ejercicios 5 y 6, decide si puedes utilizar la información proporcionada para demostrar que $\triangle LMN \cong \triangle PQR$. Explica tu razonamiento.

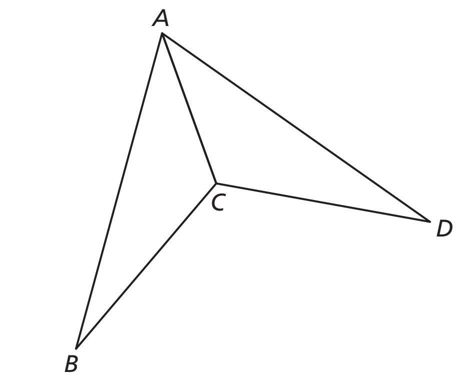
5. $\angle M \cong \angle Q, \angle N \cong \angle R, \overline{NL} \cong \overline{RP}$

6. $\angle L \cong \angle R, \angle M \cong \angle Q, \overline{LM} \cong \overline{PQ}$

7. Demuestra que los triángulos son congruentes usando el Teorema de congruencia ALA (Teorema 5.10).

Dado $\overline{AC}$ biseca y $\angle DAB$ y $\angle DCB$.

Demostrar $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

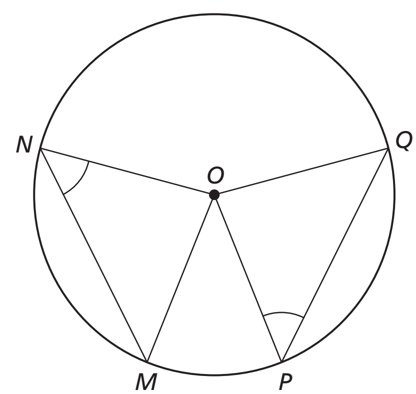


ENUNCIADOS	RAZONES

8. Demuestra que los triángulos son congruentes utilizando el Teorema de congruencia AAL (Teorema 5.11)

Dado O es el centro del círculo y $\angle N \cong \angle P$.

Demostrar $\triangle MNO \cong \triangle PQO$



ENUNCIADOS	RAZONES

Nombre ____ Fecha ________

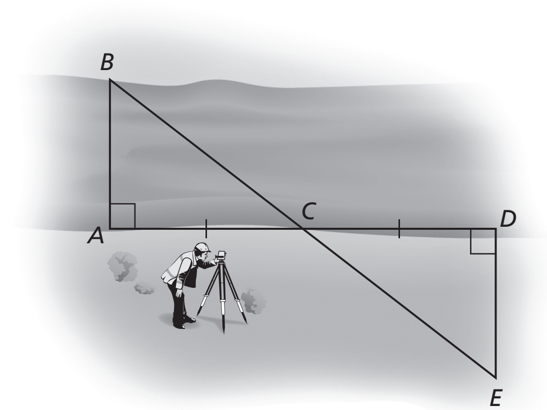
5.7 Utilizar triángulos congruentes

Para usar con la Exploración 5.7

Pregunta esencial ¿Cómo puedes utilizar triángulos congruentes para hacer una medición indirecta?

1 EXPLORACIÓN: Medir el ancho de un río

Trabaja con un compañero. La figura muestra cómo puede medir un topógrafo el ancho de un río midiendo sólo un lado.



a. Estudia la figura. Luego, explica cómo puede el topógrafo hallar el ancho del río.

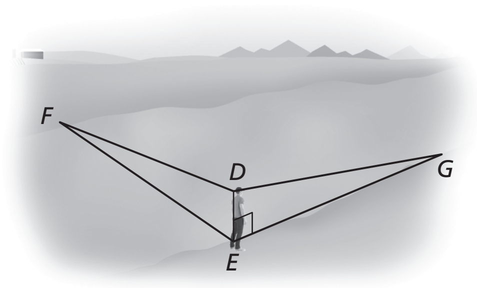
b. Escribe una prueba para verificar que el método que describiste en la parte (a) es válido.

Dado $\angle A$ es un ángulo recto, $\angle D$ es un ángulo recto, $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

c. Intercambia pruebas con tu compañero y comenta el razonamiento utilizado.

2 EXPLORACIÓN: Medir el ancho de un río

Trabaja con un compañero. Se reportó que uno de los oficiales de Napoleón estimó el ancho de un río de la siguiente manera. El oficial, situado en la orilla del río, bajó el visor de su gorra hasta que la orilla del otro lado del río fuera el objeto más lejano visible. Luego, volteó a un lado y observó el punto a su lado que estaba alineado con la parte superior de su visor y su ojo. El oficial entonces midió la distancia a este punto y concluyó que la distancia era igual al ancho del río.



a. Estudia la figura. Luego, explica cómo concluyó el oficial que el ancho del río es EG.

b. Escribe una prueba que verifique que la conclusión del oficial es correcta.

Dado $\angle DEG$ es un ángulo recto, $\angle DEF$ es un ángulo recto, $\angle EDG \cong \angle EDF$

c. Intercambia pruebas con tu compañero y comenta el razonamiento utilizado.

Comunicar tu respuesta

3. ¿Cómo puedes utilizar triángulos congruentes para hacer una medición indirecta?

4. ¿Por qué crees que los tipos de mediciones descritas en las Exploraciones 1 y 2 se llaman mediciones *indirectas*?

Nombre ____ Fecha ________

5.7 Tomar notas con el vocabulario

Para usar después de la Lección 5.7

Con tus propias palabras, escribe el significado de cada término de vocabulario.

figuras congruentes

partes correspondientes

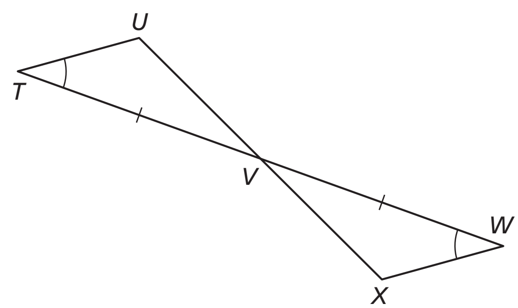
construcción

Notas:

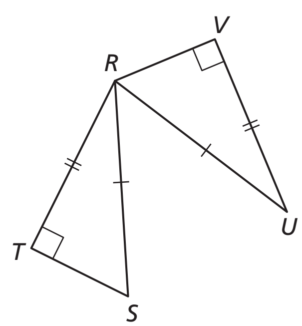
Práctica adicional

En los ejercicios 1–3, explica cómo demostrar que el enunciado es verdadero.

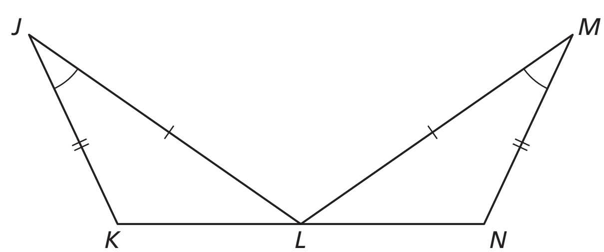
1. $\overline{UV} \cong \overline{XV}$



2. $\overline{TS} \cong \overline{VR}$

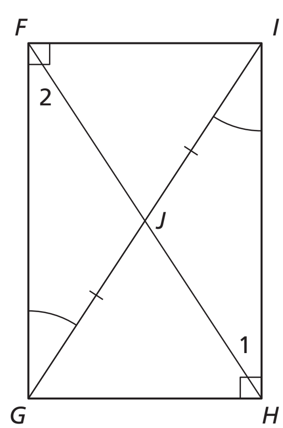


3. $\angle JLK \cong \angle MLN$

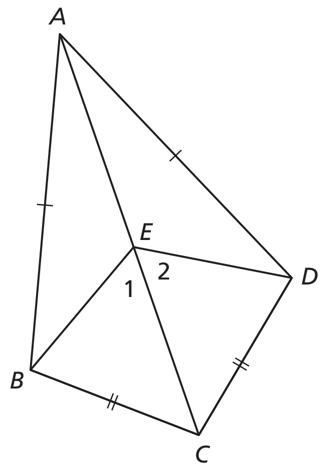


En los ejercicios 4 y 5, escribe un plan para demostrar que $\angle 1 \cong \angle 2$.

4.



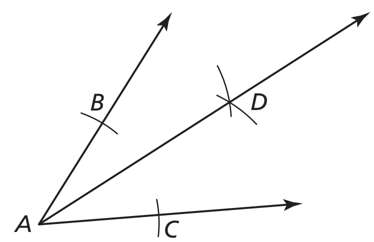
5.



6. Escribe una prueba para verificar que la construcción es válida.

El rayo biseca un ángulo

Planea la prueba Demuestra que $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ según el Teorema de congruencia LLL (Teorema 5.8). Utiliza las partes correspondientes de los triángulos congruentes para demostrar que $\angle BAD \cong \angle CAD$.



ENUNCIADOS	RAZONES

Nombre ______________________________ Fecha_________

5.8 Pruebas de coordenadas

Para usar con la Exploración 5.8

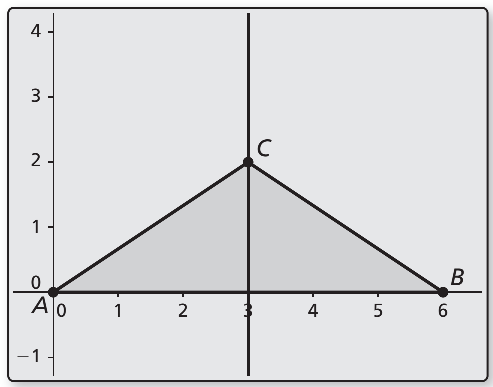
Pregunta esencial ¿Cómo puedes utilizar un plano de coordenadas para escribir una prueba?

1 EXPLORACIÓN: Escribir una prueba de coordenadas

Visita *BigIdeasMath.com* donde encontrarás una herramienta interactiva para investigar esta exploración.

Trabaja con un compañero.

a. Usa el software de geometría dinámica para trazar $\overline{AB}$ con extremos $A(0, 0)$ y $B(6, 0)$.



Muestra
Puntos
$A(0, 0)$
$B(6, 0)$
$C(3, y)$
Segmentos
$AB = 6$
Línea
$x = 3$

b. Traza la línea vertical $x = 3$.

c. Traza $\triangle ABC$ de manera que C pertenezca a la línea $x = 3$.

d. Utiliza tu dibujo para demostrar que $\triangle ABC$ es un triángulo isósceles.

2 EXPLORACIÓN: Escribir una prueba de coordenadas

Visita *BigIdeasMath.com* donde encontrarás una herramienta interactiva para investigar esta exploración.

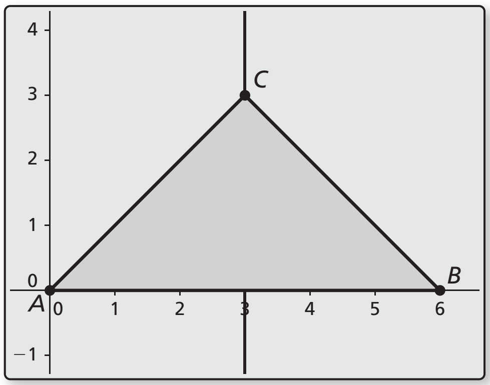
Trabaja con un compañero.

a. Usa el software de geometría dinámica para trazar $\overline{AB}$ con extremos $A(0, 0)$ y $B(6, 0)$.

b. Traza la línea vertical $x = 3$.

c. Marca el punto $C(3, 3)$ y dibuja $\triangle ABC$. Luego, utiliza tu dibujo para demostrar que $\triangle ABC$ es un triángulo rectángulo isósceles.

2 EXPLORACIÓN: Escribir una prueba de coordenadas (continuación)



Muestra

Puntos

$A(0, 0)$

$B(6, 0)$

$C(3, 3)$

Segmentos

$AB = 6$

$BC = 4.24$

$AC = 4.24$

Línea

$x = 3$

d. Cambia las coordenadas de C de manera que C esté debajo del eje x y $\triangle ABC$ sea un triángulo rectángulo isósceles.

e. Escribe una prueba para demostrar que si C pertenece a la línea $x = 3$ y $\triangle ABC$ un triángulo rectángulo isósceles, entonces C debe ser un punto final (3, 3) o el punto encontrado en la parte (d).

Comunicar tu respuesta

3. ¿Cómo puedes utilizar un plano de coordenadas para escribir una prueba?

4. Escribe una prueba de coordenadas para demostrar que $\triangle ABC$ con vértices $A(0, 0)$, $B(6, 0)$, y $C\left(3, 3\sqrt{3}\right)$ es un triángulo equilátero.

Nombre ____ Fecha__________

5.8 Tomar notas con el vocabulario

Para usar después de la Lección 5.8

Con tus propias palabras, escribe el significado de cada término de vocabulario.

prueba de coordenadas

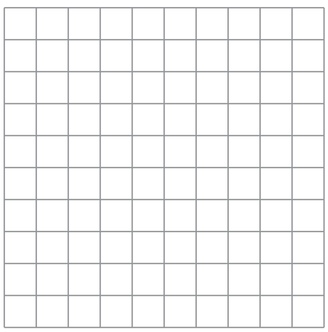
Notas:

Nombre ____ Fecha ________

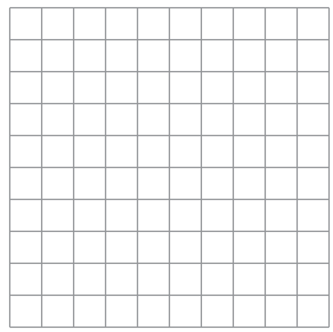
Práctica adicional

En los ejercicios 1 y 2, coloca la figura en un plano de coordenadas de una manera conveniente. Asigna coordenadas a cada vértice. Explica las ventajas de tu colocación.

1. un triángulo obtusángulo con una altura de 3 unidades y una base de 2 unidades



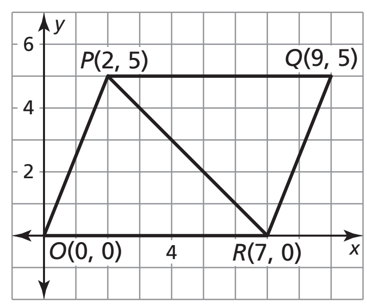
2. un rectángulo con una longitud de $2w$



En los ejercicios 3 y 4, escribe un plan para la prueba.

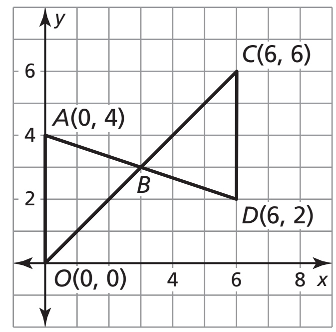
3. **Dado** Coordenadas de los vértices de $\triangle OPR$ y $\triangle QRP$

Demostrar $\triangle OPR \cong \triangle QRP$

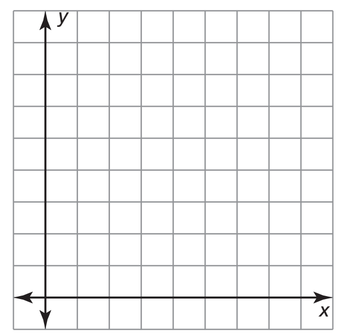


4. Dado Coordenadas de los vértices de $\triangle OAB$ y $\triangle CDB$

Demostrar B es el punto medio de $\overline{AD}$ y $\overline{OC}$.



5. Haz una gráfica del triángulo con vértices $A(0, 0)$, $B(3m, m)$, y $C(0, 3m)$. Halla la longitud y la pendiente de cada lado del triángulo. Luego, halla las coordenadas del punto medio de cada lado. ¿Es el triángulo un triángulo rectángulo? ¿isósceles? Explica. (Presupón que todas las variables son positivas).



6. Escribe una prueba de coordenadas.

Dado Coordenadas de los vértices de $\triangle OEF$ y $\triangle OGF$

Demostrar $\triangle OEF \cong \triangle OGF$